Revue d'histoire des sciences

# La proportionnalité des grandeurs dans la doctrine de la nature d'Aristote

M Maurice Caveing

**Résumé**

RÉSUMÉ. — On examine un certain nombre de textes extraits principalement de La Physique d'Aristote, afin d'analyser la façon dont les mathématiques y sont utilisées. C'est la notion de proportionnalité qui est au centre de la discussion, car elle a donné lieu à certaines interprétations modernisantes de la doctrine d'Aristote. On montre que la science antique ne parvient pas à traiter vraiment la vitesse en elle-même comme une « grandeur » physique, et que d'autre part l'idée de « force », pour d'autres raisons, ne possède pas non plus toutes les caractéristiques de cette notion de « grandeur ». Il s'ensuit que les interprétations modernisantes sont au moins inexactes et imprudentes.

**Abstract**

SUMMARY. — I investigate some texts taken principally from Aristotle's Physics, in order to analyze the manner in which mathematics is used in that work. The discussion focuses on the notion of proportionality, for it gave rise to certain modernized interpretations of Aristotle's doctrine. I show that science in Antiquity does not truly succeed in treating speed in itself as a physical "magnitude " and that on the other hand the idea of "force", for other reasons, does not have all of the characteristics of this notion of "magnitude" either. It follows that the modernized interpretations are at least inexact and rash.

**Citer ce document / Cite this document :**

Caveing Maurice. La proportionnalité des grandeurs dans la doctrine de la nature d'Aristote. In: Revue d'histoire des sciences, tome 47, n°2, 1994. pp. 163-188;

doi : https://doi.org/10.3406/rhs.1994.1200

https://www.persee.fr/doc/rhs_0151-4105_1994_num_47_2_1200

Fichier pdf généré le 08/04/2018

# La proportionnalité des grandeurs dans la doctrine de la nature d'Aristote (*)

RÉSUMÉ. — On examine un certain nombre de textes extraits principalement de *La Physique* d'Aristote, afin d'analyser la façon dont les mathématiques y sont utilisées. C'est la notion de proportionnalité qui est au centre de la discussion, car elle a donné lieu à certaines interprétations modernisantes de la doctrine d'Aristote. On montre que la science antique ne parvient pas à traiter vraiment la vitesse en elle-même comme une « grandeur » physique, et que d'autre part l'idée de « force », pour d'autres raisons, ne possède pas non plus toutes les caractéristiques de cette notion de « grandeur ». Il s'ensuit que les interprétations modernisantes sont au moins inexactes et imprudentes.

*SUMMARY. — I investigate some texts taken principally from Aristotle's* Physics, *in order to analyze the manner in which mathematics is used in that work. The discussion focuses on the notion of proportionality, for it gave rise to certain modernized interpretations of Aristotle's doctrine. I show that science in Antiquity does not truly succeed in treating speed in itself as a physical "magnitude" and that on the other hand the idea of "force", for other reasons, does not have all of the characteristics of this notion of "magnitude" either. It follows that the modernized interpretations are at least inexact and rash.*

Ce que les anciens Grecs appelaient « enquête sur la Nature » faisait partie du savoir systématiquement organisé qu'ils nommaient « philosophie ». Il y avait donc dans ce contexte, en principe, autant de conceptions de la Nature que de doctrines philosophiques, et non pas développement autonome d'une science indépendante qui formerait une « physique ». Cela est peu contestable. Les choses cependant se compliquent si l'on s'interroge sur la place et le rôle des mathématiques dans ce savoir d'ordre « physique ». Selon toute vraisemblance, les anciens Pythagoriciens ont professé, au moins

(*) Dans les textes cités, les crochets encadrent les mots ajoutés par nos soins dans la traduction du grec pour la clarté et les besoins de la langue française.



Persée creative commons

de façon spéculative, l'idée d'une intervention causale des nombres dans l'ordonnancement cosmique. Au-delà de l'affirmation programmatique, on peut citer comme premières réalisations effectives, l'établissement d'une échelle numérique des intervalles musicaux, et les observations faites par Euctémon et Méton, vers 432 avant notre ère, pour la détermination du solstice d'été et la fixation du cycle luni-solaire dit « de Méton ». Par la suite, dans les connaissances spéciales appelées « mathématiques », sont englobées, outre l'Arithmétique et la Géométrie, des disciplines qui étudient des faits de la « Nature ». Une classification postérieure à Aristote, celle de Geminus, y range la Canonique (Harmonique ou encore « Musique »), l'Astronomie, l'Optique, la Mécanique et la Géodésie. Les deux dernières ne sont pas citées par Aristote quand il traite des sciences qu'il considère comme « subordonnées » aux mathématiques pures.

Il faut donc s'interroger sur la forme, le sens et la portée de cette « mathématisation ». Cela est d'autant plus utile qu'en deçà même de ces disciplines spéciales, Aristote semble en user aussi pour son propre compte, aussi bien dans le recueil où il développe les principes de sa philosophie de la nature, *La Physique,* que dans une œuvre qui en dépend, comme le traité *Du Ciel.* La doctrine de la nature d'Aristote repose sur la théorie générale du changement. Son caractère spéculatif est patent. Cependant, notamment pour décrire cette espèce de changement qu'est le mouvement, ou transport dans le lieu, le philosophe a recours plus d'une fois à l'usage des géomètres, qui comparent entre eux des rapports préalablement définis entre des grandeurs. Ces passages ont donné occasion à des exégètes d'interpréter ces formules en un sens moderne et d'effectuer même des rapprochements avec notre Physique. Pour préciser les limites de cette mathématisation, il convient d'envisager successivement les symboles qui sont introduits et l'outil mathématique qui est utilisé.

Certains commentateurs modernes ont en effet fortement souligné la novation que constitue l'emploi des lettres pour représenter des grandeurs physiques. Aristote procède d'ailleurs de même pour les « termes » des propositions dans les *Analytiques,* c'est-à-dire en Logique, et il est clair qu'il imite en cela l'usage des géomètres pour les points des figures de Géométrie, étendu aussi aux figures d'autres sciences, et pratiqué déjà, vraisemblablement, par Hippocrate de Chio. Dans la présentation d'un théorème, les lettres sont

introduites dans l' « ecthèse » qui fait suite à la « protase », ou énoncé de la « proposition »; l'ecthèse reformule les données de la proposition en nommant les points de la figure associée, ou d'autres éléments qui peuvent être identifiés par leur moyen (segments de droites, etc.). L'ecthèse revient donc à une instantiation des données de la proposition générale et la démonstration s'effectue sur la figure ainsi désignée après qu'on ait spécifié sur elle ce qui est à démontrer. Si aucune des particularités accidentelles de la figure, prise comme graphisme, n'intervient dans la démonstration, le résultat final atteint avec ce lettrage peut être universalisé, ce qui est fait dans la « conclusion », laquelle reprend la formulation générale de la protase accompagnée de la clause : CQFD. Il s'agit donc de l'application de ce que la Logique moderne appelle « règle d'universalisation » : « Ce qui est nécessairement vrai d'un individu sans que cela tienne à ses caractéristiques propres est nécessairement vrai de tous ceux de son espèce. » On voit par là que les lettres utilisées par les géomètres sont les noms des points de la figure considérée, c'est-à-dire des noms propres. Il n'y a aucune raison qu'ils changent de statut si un philosophe emploie le même procédé dans un traité de Logique ou de Physique. Cela est si vrai que lorsqu'Aristote, après avoir utilisé une lettre pour désigner une certaine grandeur, en vient à considérer par exemple sa moitié, il introduit une lettre nouvelle, c'est-à-dire un nom propre nouveau pour s'y référer — comme on le verra ci-après.

Il est à peine besoin de dire que le statut des symboles utilisés dans le symbolisme algébrique moderne, dont les sciences physiques font usage pour écrire les formules exprimant des lois quantitatives, est tout différent, voire opposé. Certes il y a bien référence à une « grandeur physique » d'une certaine espèce distinguée d'une autre, par exemple : $v$, pour la vitesse, mais ce qu'ils remplacent est une mesure de cette grandeur, c'est-à-dire en général un élément quelconque d'un sous-ensemble déterminé des nombres réels — mis à part les cas où ils font référence à une constante physique et où le symbole est un nom propre remplaçant un nombre spécifié. C'est précisément ce statut du symbolisme, grâce auquel toutes les lettres d'une formule peuvent être remplacées par des nombres, de manière que le choix de certains d'entre eux détermine — partiellement ou complètement — les autres, qui permet le développement d'un calcul de type algébrique et un usage opératoire du symbolisme. Tel n'est pas le cas — du moins à considérer les choses *a priori* — du lettrage antique.

Le second point à prendre en compte dans l'interprétation du texte d'Aristote, c'est la nature de l'outil mathématique. Il s'agit des rapports entre grandeurs. Mais on doit prendre garde qu'en grec comme en français le mot « rapport » a de multiples usages dont beaucoup n'impliquent pas que l'on ait pu quantifier des grandeurs, même si l'on emploie des expressions contenant les mots « plus » ou « moins ». Il est possible, en grec comme en français, de dire qu'Athènes est plus démocratique que Sparte, ou à propos de phénomènes physiques qu'un corps est plus chaud qu'un autre, et de parler de leur rapport sous l'angle du chaud et du froid, alors que ces prédicats restent qualitatifs et que l'on ne dispose d'aucun moyen de fournir une évaluation quantitative de ce rapport de température. Tout emploi du mot « rapport » dans la « physique » antique doit donc éveiller la question de savoir si ce rapport peut être évalué et comment.

Du point de vue mathématique, ce qui est ici nécessaire et qu'on peut trouver dans Euclide, était très probablement déjà acquis à l'époque d'Aristote. Le premier point est qu'un rapport est une certaine relation entre deux grandeurs homogènes, ou du même genre, ce qui en Géométrie signifie de même dimension (Euclide, *Eléments,* Df. V, 3). Le deuxième point est plus technique : la mise en rapport réciproque de deux grandeurs exige la comparabilité quant à la relation d'ordre strict d'un multiple de l'une avec l'autre et alternativement (Df. V, 4); cela implique que l'on sache ce qu'est une grandeur G multiple d'une autre *g* : il s'agit d'une grandeur formée par composition additive d'une pluralité de grandeurs chacune égale à *g* (Df. V, 1 & 2). Cela étant, d'un point de vue linguistique, il est possible de dire, selon les convenances du contexte, que deux grandeurs *ont même rapport que* deux autres, ou *sont dans le même rapport* qu'elles, ou encore que les quatre sont *en proportion* (littéralement : *selon le même rapport*); ces dernières expressions peuvent être étendues de quatre à $2n$ grandeurs, prises deux à deux. Cela peut s'écrire et se lire : « La 1re est à la 2e comme la 3e est à la 4e, etc. » Les conditions mathématiques à réaliser pour cela ne sont pas ici ce qui nous intéresse (Df. V, 5). Deux situations peuvent se rencontrer : soit les grandeurs sont de même genre deux à deux :

$$A_1 : A_2 :: B_1 : B_2 :: C_1 : C_2 :: \ldots :: G_1 : G_2;$$

soit elles sont toutes du même genre :

$$A_1 : A_2 :: A_3 : A_4 :: A_5 : A_6 :: \ldots :: A_i : A_j.$$

Les deux situations doivent être distinguées, car dans la deuxième et pour deux couples de grandeurs prélevés à volonté sur la suite, leurs quatre termes sont aussi en proportion d'une autre manière, par exemple :

$$A_1 : A_5 :: A_2 : A_6 \quad \text{(Prop. V, 16)},$$

c'est-à-dire par permutation des termes moyens (Df. V, 12) : en effet, vu l'homogénéité, les nouvelles expressions formées par les couples : $(A_1, A_i)$, $(A_2, A_j)$ sont bien des « rapports ». Mais il n'en est pas de même dans la première situation, car il n'est pas possible, vu l'absence d'homogénéité, de trouver un multiple de $A_1$ par exemple qui soit plus grand que $B_1$ ; par suite la permutation et l'application du théorème correspondant sont interdites.

Il suit de là pour les grandeurs physiques que si, *exempli gratia,* des durées et des longueurs sont *en proportion,* il est toutefois exclu *a priori* de pouvoir former à partir de là des « rapports » dont le premier terme serait une longueur et le deuxième une durée (ou l'inverse), et ceci pour la raison susdite concernant l'ordre des multiples. Les possibilités mathématiques sont évidemment toutes différentes dans le contexte d'un symbolisme moderne, grâce auquel les mesures de grandeurs physiques de genres différents sont toutes composables entre elles algébriquement, à condition que soient respectées les formules de dimension qui de même définissent ces grandeurs les unes par rapport aux autres.

Ces considérations *a priori* demandent maintenant à être vérifiées dans le texte d'Aristote. Respecte-t-il, dans son emploi des lettres et de la proportionnalité, les contraintes liées à la notion antique de rapport et, si oui, quelle signification et quelle portée attribuer à cette mathématisation? Puisqu'il s'agit du transport dans le lieu, la notion qui vient naturellement au premier plan est celle de vitesse d'un mobile. Une brève enquête préliminaire dans la langue grecque est nécessaire. Bien entendu, en grec comme en français, s'emploient couramment les adjectifs « lent » et « rapide », avec l'opposition de nature qualitative dont ils sont porteurs comme d'autres couples de termes comparables. Corrélativement les substantifs formés sur eux ressortissent au domaine de la qualité, parfois même avec la nuance axiologique que prend

ce mot dans certains cas, comme la rapidité chez Achille, puisqu'il semble qu'en maintes choses, alors comme de nos jours, la lenteur soit dépréciative! Mais ce caractère qualitatif n'empêche point que l'on puisse parler d'un transport plus (ou moins) rapide (ou lent) qu'un autre. Ayant à traiter, dans un registre théorique et relativement abstrait, de l'allure à laquelle se déplace un mobile, Aristote choisit le terme à connotation positive, c'est-à-dire la rapidité, plus précisément l'un des deux substantifs, doublets de même racine, qui lui correspondent, forme neutre particulièrement adaptée à l'abstraction (τὸ τάχος). C'est cette forme que les traducteurs latins médiévaux rendent par *velocitas,* tandis que le français, d'une façon très parallèle, adoptait « vitesse ». Mais prenons garde au piège des mots : tout comme il est possible de parler d'un mobile plus rapide qu'un autre, de même peut-on parler du rapport des vitesses de deux mobiles — et l'on en trouve des exemples dans Aristote — sans que cela implique aucunement une acception quantitative. Nous avons dit que toute la question est de savoir si ce rapport peut être évalué et comment. Avant d'y être parvenu, nous admettrons qu'une telle formulation ne suffit pas à elle seule à transformer la « vitesse » en une « grandeur », et pour éviter la confusion avec le terme scientifique moderne, nous rendrons l'idée, encore qualitative bien que générale, par « vélocité ».

Nous allons examiner comment cette notion se présente dans divers textes de *La Physique* (1).

*
* *

***Physique,* V, 228b27-28 :**

« ... en effet [le mouvement] de même vélocité est uniforme, celui dont ce n'est pas le cas non uniforme. »

Dans ce très court texte il faut se garder de remplacer « même » par « égale », qui évoque aussitôt pour nous un contexte mathé-

(1) Ces textes ont été cités dans l'important article de P. Souffrin : Sur l'histoire du concept de vitesse d'Aristote à Galilée, *Revue d'Histoire des Sciences,* XLV/2-3 (1992), 231-267, en particulier 263-267, où ils sont cités dans une version latine de 1616 ; on pourra comparer les traductions avec celles qui sont ici présentées et qui sont faites sur le texte grec de Carteron : Aristote, *Physique,* éd. & trad. H. Carteron, 2e éd., 2 vol. (Paris : Les Belles-Lettres, 1952-1956), « Coll. des Univ. de France ».

matique : non seulement ce serait littéralement inexact, mais cela introduirait une référence quantitative qui semble étrangère au texte. La vélocité ne paraît pas pensée ici comme une grandeur, mais comme une caractéristique qualitative du mouvement. Ce qui le montre, c'est la conception de l'« anomalie » (non-uniformité) du mouvement qu'expose le contexte qui précède. On y lit qu'elle peut provenir de diverses circonstances, comme la forme de la ligne parcourue, aussi bien que de son régime, qui enveloppe la distinction entre rapidité et lenteur (ici sont employés les deux substantifs standard formés sur les adjectifs). Le contexte de signification qualitative de l'expression « même vélocité » semble indéniable. Il faut évidemment comprendre que cette vélocité est la même pendant tout le parcours, et l'on en arriverait ainsi à concevoir des mouvements uniformément lents et d'autres uniformément rapides, la coupure entre les uns et les autres étant sans doute constituée par l'allure humaine, le module humain, ici comme ailleurs, faisant office de mesure médiane, ou juste mesure.

*

Au Livre VI, 2 de *La Physique,* on rencontre plusieurs passages ayant la forme de démonstrations, dont nous extrayons les assertions suivantes :

**VI, 232a25-27 :**

« Nécessairement le plus rapide se meut d'une plus grande distance en un temps égal, d'une égale distance en un temps moindre, et même de davantage en un temps moindre, selon la définition même du "plus rapide". »

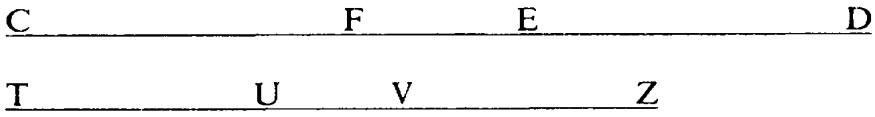
On remarque que le même contexte, balisé par « le plus rapide et le plus lent », sert toujours de cadre à l'analyse. Celle-ci procède en comparant les distances entre elles pour un temps fixé, puis les temps entre eux pour une distance fixée, envisageant enfin le « sens » de l'inégalité des distances pour une inégalité des durées de « sens » donné. Cela étant présenté comme une définition du plus rapide, on voit que cette notion en principe qualitative reçoit une détermination quantitative au moyen des relations : « plus grand », « égal », « plus petit », mais celles-ci ne relient que des temps entre eux ou des distances entre elles, temps et longueurs étant incontestablement des grandeurs classiques susceptibles d'une

évaluation quantitative, avec égalité et inégalité numériquement définissables. C'est donc de manière indirecte, *via* les notions de distance et de durée, que l'inégalité de vélocité est définie. On pourrait sans doute dire que « égal/inégal » sont pour la vélocité des « prédicats impropres », ce qui n'en exclut pas une définition précise, mais médiate (2).

**VI, 233a3-5 :**

« Le temps étant divisé, la grandeur CK aussi sera divisée selon le même rapport, et si c'est la grandeur, alors ce sera le temps. »

Cette proposition fait partie d'une étude de la progression de deux mobiles sur une longueur CD. Soit A le plus rapide et B le plus lent, et que A parcoure CD dans le temps TZ; pendant ce temps B n'aura parcouru, *ex. gr.*, que CE (*alias* CK); mais A a parcouru CE en un temps plus court, soit TV, au terme duquel B n'était qu'en F; mais A avait parcouru CF en un temps encore moindre, soit TU, et ainsi de suite (3).




On voit que A institue sur TZ les divisions TV, TU, tandis que B institue sur CD les divisions CE, CF. On lit en effet en

**VI, 233a7-8 :**

« Le plus rapide divisera le temps, le plus lent la longueur. »

En outre la division du temps entraîne la division proportionnelle de la distance, car :

(I) TZ : TV :: CD : CE (pour A),

(2) On notera que dans ce contexte apparaît coup sur coup, en 232b16-17, et non dans tous les manuscrits, l'adjectif « d'égale vélocité » visiblement attiré par le voisinage immédiat de « dans un temps égal » (ἐν ἴσῳ ἰσοταχές), la langue grecque contenant de très nombreux composés de ἴσος, sans qu'il s'agisse nécessairement d'égalité quantitative (cf. Euclide d'Alexandrie, *Les Eléments*, vol. 1, trad. & comment. par B. Vitrac (Paris : PUF, 1990), p. 504, n. 9).

(3) Nous avons modifié le lettrage d'Aristote.

et alternativement celle de la grandeur celle du temps, car :

(II) CE : CF :: TZ : TV (pour B);

mais pour A, on a aussi :

(III) TV : TU :: CE : CF;

par (I) et (II) on a :

(IV) CD : CE :: CE : CF (Euclide, *Eléments,* V, 11)

et par (II) et (III) :

(V) TZ : TV :: TV : TU *(ibid.).*

Finalement la longueur comme le temps sont divisés l'un et l'autre de façon continûment proportionnelle et dans le même rapport. Aristote d'ailleurs se dispense de détailler les relations de proportionnalité ci-dessus. Il est remarquable qu'alors que pour nous ce rapport n'est autre que celui des vitesses, dans ce traitement antique il n'est question que de rapports entre des longueurs ou entre des durées, avec une homogénéité parfaitement canonique des termes. L'ensemble du contexte démonstratif est destiné à prouver que le temps est continu. C'est pourquoi on procède par division des longueurs et des durées : la proportion des intervalles de temps aux segments de ligne se conserve de façon continue indéfiniment, c'est-à-dire au fur et à mesure qu'intervalles et segments deviennent plus petits. On est donc, semble-t-il, autorisé à inférer qu'on raisonne sur des mouvements uniformes. La « même vélocité » est ainsi évoquée ici au moyen d'une étude comparative de longueurs entre elles et de temps entre eux, formant des suites décroissantes, dont il est montré qu'ils sont, pris respectivement et continûment, dans le même rapport.

**VI, 233a15-17 :**

« ... dans la moitié du temps le parcours est de moitié..., car les divisions du temps et de la grandeur seront les mêmes. »

Ce texte ne fait que confirmer la proportionnalité des temps et des distances, sur l'exemple numérique le plus simple, le rapport de 2 à 1, principe de la dichotomie et de la division indéfiniment réitérée des grandeurs. Si la comparaison du plus rapide et du plus lent évoquait Achille et la tortue, l'allusion est ici clairement au premier argument de Zénon pour un seul mobile, auquel d'ailleurs réponse est donnée dès la page suivante.

*

**VI, 233b19-23 :**

« Puisqu'en tout [intervalle de] temps se trouvent le plus rapide et le plus lent, et que le plus rapide franchit davantage en un temps égal, il est possible qu'il parcoure une longueur double ou bien hémiole : qu'en effet ce dernier rapport soit celui de vélocité, que donc le plus rapide franchisse une fois et demie dans le même temps... »

Dans ce fragment apparaît bien l'idée de rapport à propos de la vélocité, mais ce mot reste au singulier — ce que nous avons rendu par « rapport de vélocité » — sans qu'il soit dit qu'on envisage par là une relation entre deux grandeurs. En effet il est dit aussitôt que ce « rapport » est évalué indirectement, ici au moyen du rapport entre les distances parcourues dans un même temps (ou en des temps égaux). Le contexte démonstratif est toujours le même : il s'agit de la continuité du temps. La remarque initiale est importante : une différence de vélocité quelconque entre deux mobiles peut se rencontrer en n'importe quel intervalle de temps. En faisant l'hypothèse que le plus rapide parcourt une fois et demie (hémiole) le parcours simultané du plus lent, on doit diviser son parcours en trois parties égales, dont deux seulement sont franchies par le plus lent : dès lors, si le temps est mêmement divisé en trois parties, celles-ci ne peuvent être des indivisibles, puisque par le mouvement du plus lent il sera aussi coupé en deux : il n'y a donc pas d'atome de temps.

*

**VI, 236b34-237a1 :**

« Si en effet la grandeur KL a accompli son mouvement dans le temps premier XR, dans le temps moitié le mobile de même vélocité et qui a commencé simultanément aura été mû de moitié; et si c'est dans le même temps que le [mobile] de même vélocité a effectué son mouvement, nécessairement l'autre aussi aura été mû du même mouvement, ... »

L'expression « grandeur KL » s'explique par l'habitude du grec d'user du mot « grandeur » pour désigner un corps (physique, ou géométrique, encore que dans ce dernier cas « solide » soit plus spécifique).

Les deux mobiles envisagés sont ici « de même vélocité » (ὁμοταχής) et l'expression « d'égale vélocité » n'apparaît pas. Si les temps de parcours sont les mêmes, les parcours le seront aussi, si l'un est moitié de l'autre, il en sera de même des parcours correspondants. Il est possible de généraliser pour toutes les parties dyadiques de la distance totale à franchir, comme dans le premier argument cinématique de Zénon. Mais la dichotomie réitérée est ici une approche de la continuité. On peut penser que pour toutes les parties du continu la proportion tiendra. L'hypothèse de l'uniformité du mouvement semble donc implicite et la fiction de deux mobiles pourrait servir à représenter les fractions successives du mouvement d'un seul. Il n'y a pas de « temps premier » du parcours qui soit un indivisible. Finalement on doit pouvoir écrire en général que les distances parcourues sont dans le rapport des temps :

$$d_1 : d_2 :: t_1 : t_2.$$

*

**VI, 237b26-33 :**

« Il est évident que pour un mobile de même vélocité le mouvement sur une distance finie est nécessairement en un temps fini. Qu'on choisisse en effet une partie qui mesurera la [ligne] entière exactement, en autant de temps égaux qu'il y a de parties sera effectué le mouvement sur la [ligne] entière; de sorte que, puisqu'elles sont finies chacune en sa quantité et toutes par leur nombre, le temps lui aussi se trouvera être fini : il sera en effet autant de fois autant que le temps d'une partie, c'est-à-dire celui-ci multiplié par la multitude des parties. »

Ici notre traduction « de même vélocité » rend l'adverbe ἰσοταχῶς, qui appartient au groupe de ces mots composés avec ἴσος, dans lesquels n'est pas nécessairement impliquée l'idée formelle de l'égalité mathématique entre deux grandeurs. Dans ce texte le mouvement uniforme est bien analysé comme mouvement « de même vélocité » pour n'importe quelle partie de sa trajectoire.

On considère en effet pour une distance AB une « partie » prise à volonté qui la mesure exactement, soit G cette partie telle que :

$$AM, MN, NP, \ldots, XB = G$$
et $$AB = AM + MN + NP + \ldots + XB;$$

soit T(G) le temps mis par le mobile « de même vélocité » pour parcourir G, alors :

$$T(AM), T(MN), T(NP), \ldots, T(XB) = T(G)$$
et $$T(AB) = T(AM) + T(MN) + T(NP) + \ldots + T(XB).$$

Si l'on note : $\mathcal{M}(G)$ le multiple de G qu'est AB, on a :

$$AB = \mathcal{M}(G)$$
et $$T(AB) = \mathcal{M}(T(G)).$$

Ainsi AB et T(AB) sont des équimultiples respectivement de G et de T(G); par suite l'écriture généralisée :

$$d_1 : d_2 :: t_1 : t_2 \quad \text{(cf. } \textit{supra}\text{)}$$

est bien compatible avec les conditions requises par Euclide, *Eléments,* Df. V, 5. Cette conception se trouve confirmée par :

**VII, 249a8 :**

« ... est de même vélocité ce qui en un temps égal est mû également d'autant. »

*

**IV, 215a31-b12 :**

« Le [corps] A sera transporté à travers B pendant le temps C, et à travers D qui est plus subtil selon [le temps] E – B étant égal à D quant à la longueur — à proportion de l'empêchement du milieu. Soit en effet B de l'eau, et D de l'air; alors d'autant plus subtil et incorporel est l'air que l'eau, d'autant plus vite A sera transporté à travers D qu'à travers B. Qu'il y ait donc le même rapport de vélocité à vélocité que celui qu'entretient précisément l'air avec l'eau, en sorte que, si la subtilité est double, la traversée de B se fera dans le double du temps de celle de D, et le temps C sera double du [temps] E. Toujours alors,

d'autant que sera plus incorporel, moins compact et plus facile à diviser le milieu traversé, d'autant plus rapide sera le transport. »

Il s'agit là d'un texte instructif en ce qu'il témoigne de la façon dont on peut parler de rapport entre choses qui ne sont aucunement des grandeurs pourvu qu'une évaluation indirecte soit concevable au moins par hypothèse.

B _____ (trajet dans l'eau)

_____ C

D _____ (trajet dans l'air)

_____ E

La phrase « qu'il y ait donc le même rapport de vélocité à vélocité que celui qu'entretient précisément l'air avec l'eau » est assurément étonnante (il y a bien ici deux fois le mot τάχος) et de nature à accréditer l'idée que la vélocité est une grandeur dont les rapports peuvent être donnés en eux-mêmes directement. Toutefois la mention dans la même phrase du rapport de l'air avec l'eau, lesquels en tant qu'éléments sont évidemment des substances et non des quantités, doit éveiller le soupçon qu'il n'en va pas ainsi. En effet, on est aussitôt fixé sur la façon d'évaluer ces « rapports ». Le rapport de vélocité à vélocité est exprimé comme un rapport de temps, ce qui est conforme à ce qu'on pouvait attendre puisqu'on a fait l'hypothèse de distances égales dans l'eau (B) et dans l'air (D). Quant au rapport entre l'air et l'eau, il est exprimé par l'intermédiaire d'une comparaison entre les « subtilités » respectives des deux milieux, étant entendu que la subtilité est en quelque sorte l'inverse d'un facteur empêchant plus ou moins le mouvement. L'évocation de l'exemple numérique du double ne peut laisser aucun doute sur la présence de l'idée d'une quantification numérique. Aristote semble donc admettre la possibilité de définir un indicateur quantitatif de la subtilité d'un milieu. Si nous le notons : S(...), nous aurons :

si : S(D) : S(B) :: 2 : 1, alors : C : E :: 2 : 1,

autrement dit :

S(D) : S(B) :: T(B) : T(D).

La dernière phrase autorise la généralisation pour un rapport quelconque. Bien entendu l'homogénéité des termes dans les rapports est respectée. Il n'y a pas de rapport entre des vélocités prises directement comme des grandeurs.

*

Abordons maintenant des textes où le « mobile » et le « moteur » sont mentionnés en tant que tels dans les relations de proportionnalité et non plus seulement les longueurs et les temps :

**VII, 249b31-250a7 :**

« Si donc A est le moteur, B le mû, C la longueur dont il est mû, D le temps dans lequel il l'est, alors dans un temps égal, une force égale, c'est-à-dire A, mouvra la moitié de B du double de C, mais de C dans la moitié de D; car ainsi ce sera en proportion. Et si la même force meut le même [mobile] en ce temps donné, de cette [longueur] donnée, alors elle le mouvra de moitié en un [temps] moitié, et la moitié de la force la moitié du [mobile] d'une [longueur] égale dans un temps égal (4). »

Ici donc interviennent quatre termes : le moteur, ensuite dénommé la « force », au moyen d'ailleurs de deux mots différents : δύναμις et ἰσχύς (250a5-6); le mû, qui n'est pas autrement spécifié; la longueur et le temps. L'expression « en proportion » pourrait laisser penser qu'entre ces quatre termes va s'établir une relation de proportionnalité, mais il n'en est rien. En fait le texte comporte deux moments. Dans le premier, à partir de l'hypothèse :

Si A meut B d'une longueur C dans un temps D, (I)

on examine l'effet d'une modification du mobile, dont on considère la moitié : alors ou bien on fixe le temps et la longueur est doublée, ou bien on fixe la longueur et le temps est divisé par deux. Ce qui est « en proportion » s'exprime ainsi :

B : 1/2B :: 2 : 1 :: 2C : C,
ou : B : 1/2B :: 2 : 1 :: D : 1/2D.

(4) Le verbe κινεῖ (250a5) achève l'énoncé de l'hypothèse, qui est d'ailleurs la répétition de la précédente; il devrait être suivi d'une virgule. Le renforcement de l'hypothèse qu'on obtiendrait en y incluant le membre de phrase suivant, romprait le lien entre la condition et son conséquent, sans profit pour le sens, et ferait disparaître le balancement καὶ... καὶ..., et la symétrie des conséquents.

Ensuite, la même hypothèse (I) étant répétée, on y ajoute que soit la longueur et le temps sont divisés ensemble, soit le moteur et le mû ensemble. La proportion est alors la suivante :

C : 1/2C :: 2 : 1 :: D : 1/2D, A et B étant fixes,
A : 1/2A :: 2 : 1 :: B : 1/2B, C et D étant fixes.

Ce qui est affirmé, c'est donc quatre relations de proportionnalité posées séparément sous la même hypothèse, et correspondant à quatre sous-hypothèses :

A et D fixes : en proportion inverse, les mobiles et les distances,
A et C fixes : en proportion directe, les mobiles et les temps,
A et B fixes : en proportion directe, les distances et les temps,
C et D fixes : en proportion directe, les forces et les mobiles.

Cependant la dernière relation va être aussitôt précisée et sa portée restreinte dans la suite du texte :

**VII, 250a7-19 :**

« Soit par exemple E la moitié de la force A et F la moitié de B; elles se comportent donc semblablement et la force est en proportion du poids, de telle sorte que les mouvements se feront sur longueur égale en temps égal. Et si E meut F de [la longueur] C dans [le temps] D, il n'y a nulle nécessité que dans un temps égal E meuve le double de F de la moitié de C. Donc s'il est vrai que A mouvra B dans [le temps] D d'autant que de C, la moitié de A, à savoir E, ne mouvra pas B de cette [longueur] dans le temps D — ni même dans une quelconque partie de D d'une quelconque partie de C, ou d'une [longueur] qui soit relativement à C tout entière dans le rapport de A à E; en effet il pourra arriver qu'elle ne meuve rien du tout; car si c'est la force tout entière qui a mû de telle [longueur], la moitié ne mouvra ni d'aucune [longueur] ni en aucun temps que ce soit; un seul homme en effet mouvrait le navire, si l'on divisait la force des haleurs par leur nombre en même temps que la longueur dont tous l'ont mû. »

La première phrase ne fait que reprendre la dernière proposition du texte qui précède immédiatement; elle introduit cependant des lettres nouvelles, E, F, pour désigner respectivement les moitiés

de A et B, ainsi que le mot « poids » pour se référer au mobile; nous apprenons ainsi que, dans toutes les précédentes relations de proportionnalité, les rapports entre les « mobiles » sont des rapports de poids. Cette grandeur physique est donc susceptible d'entrer dans de telles relations : elle est en effet déterminable de façon directe au moyen de la balance. Peut-on en dire autant de la « force » pour laquelle deux noms sont employés? La prise en considération d'une force moitié invite à admettre une quantification numérique. L'exemple des haleurs suggère que la force est évaluée au moyen du nombre des hommes, ou des animaux, nécessaires pour une tâche. Quant à la « proportion », elle est ici la suivante :

E : A :: F : B :: 1 : 2.

Le reste du texte est consacré aux restrictions qu'il faut apporter à l'action de la force. Aristote reformule d'abord l'hypothèse initiale (I), mais pour E et F, C et D étant fixes, et affirme aussitôt qu'il n'y a « nulle nécessité » que, toutes choses égales, on puisse doubler F à condition de diviser C par deux. On ne peut donc envisager d'augmenter le poids en jouant sur la distance, c'est-à-dire en la réduisant. Puis il revient à l'hypothèse initiale (I) en A et B, pour dire la même chose autrement : on ne peut diviser la force pour un même poids à mouvoir, non seulement pour effectuer le même transport dans le même temps — ce qui va de soi — mais même en jouant sur diverses combinaisons de fractions de temps avec des fractions de longueur, ni enfin en diminuant la longueur dans la proportion de A à E. Cette troisième occurrence de l'expression « en proportion », rendue ici par « être dans le rapport de », correspond à :

A : E :: C : X,

où X est une « partie » de C, ce qui revient à la division de C en deux. Cette dernière proposition conduit au cas de la division par un entier quelconque, à l'exemple des haleurs, et à la preuve « par l'absurde » : si l'on pouvait diviser la force à condition de diviser la longueur, un seul homme pourrait mouvoir le navire, ce qui est contraire à l'expérience.

Enfin un dernier texte de cette séquence comporte encore l'expression « en proportion » :

**VII, 250a25-28 :**

A l'hypothèse initiale (I) de 249b31-250a2, on adjoint l'hypothèse semblable :

si K meut H de la longueur C dans le temps D,

et l'on affirme que l'on peut composer additivement les forces entre elles et les poids entre eux :

alors A + K meut B + H de la longueur C dans le temps D,

« car il y a proportion »;
en effet :

si A : K :: B : H,
alors A + K : K :: B + H : H
(Euclide, *Eléments,* Df. V, 14, Prop. V, 18);

or la proportion des forces entre elles et des poids entre eux pour C et D fixes est simplement la généralisation de la quatrième relation formulée précédemment, où ce rapport est de 2 à 1.

On voit par conséquent que, dans ces trois textes de la même séquence, l'homogénéité des termes dans chacun des rapports comparés est parfaitement respectée.

*

Dans un dessein de vérification, nous allons maintenant consulter quelques textes pris hors de *La Physique,* ou même du corpus aristotélicien.

**Aristote, *Du Ciel,* I, 6, 273b30-274a2 (P. Moraux éd.) :**

« Si en effet tel poids parcourt telle distance en tel temps, et qu'un [autre] soit tel qu'il le fasse en un temps encore moindre, alors le rapport que les poids ont entre eux, les temps l'auront mais inversé; par exemple si un poids moitié met tel temps, son double mettra la moitié du même temps. »

Notons que l'hellénisme « son double » s'entend du double de la moitié. Quant à « rapport », il est ici exprimé par ἀναλογία, littéralement « proportion », ce qui n'est pas l'usage euclidien, mais préfigure en quelque sorte le « *proportio* » des Latins médiévaux employé dans le même sens.

Il s'agit ici du mouvement de chute des graves, mouvement naturel; par suite le moteur et le mû ne font qu'un; nous n'avons plus que trois grandeurs, soit le poids B, la hauteur de chute C, le temps D. Pour l'exemple numérique, on a, C étant fixe :

$$B : 2B :: 1 : 2 :: 1/2D : D,$$

et en général :

si le grave $B_1$ tombe de C dans le temps $D_1$,
et le grave $B_2$ dans le temps $D_2$, avec $D_2 < D_1$,

alors existe la relation de proportionnalité :

$$B_1 : B_2 :: D_2 : D_1, \text{ ce qui montre que } B_1 < B_2.$$

On remarquera que, dans le texte de *La Physique* où intervenaient force et poids, la proportionnalité des poids aux temps de parcours pour une distance fixe était directe et non inverse : les proportions sont donc différentes dans le cas d'un mouvement naturel et dans celui d'un mouvement « violent ». L'homogénéité des termes des rapports est évidemment respectée. Enfin, dans le cas présent, la non-uniformité du mouvement de chute (*ibid.*, 277a28-29) n'entrave en rien, selon Aristote, l'existence de la proportion.

*

**Archimède, *De l'équilibre des figures planes*, I, Prop. 6 & 7 (C. Mugler éd.) :**

« Les grandeurs commensurables s'équilibrent à des distances qui ont, de manière inversée, le même rapport que les poids.

. . . . . .

Et maintenant, si les grandeurs sont incommensurables, elles s'équilibreront semblablement à des distances ayant, de manière inversée, le même rapport que les grandeurs. »

Sans entrer dans la discussion sur l'authenticité de ces textes soulevée par la variante qui, dans le second, remplace « poids » par « grandeur », notons que la proportionnalité des poids aux grandeurs (volumes) pour des corps de même espèce est énoncée par Aristote, *Du Ciel*, I, 6, 273b3, et que par suite dans un contexte où il s'agit de proportionnalité, cette variation est sans importance.

On a de toute façon, pour les distances $d$, les poids $p$ et les grandeurs $g$ (Euclide, *Eléments,* V, 11) :

$$d_2 : d_1 :: p_1 : p_2 \ (:: g_1 : g_2)$$

et une fois de plus l'homogénéité est sauve.

***Des spirales,* Prop. 1 (C. Mugler éd.) :**

« Si un point se déplace sur une certaine ligne d'un mouvement d'égale vélocité par rapport à lui-même et qu'on prend sur cette ligne deux segments, les segments pris auront le même rapport entre eux que les temps mis par le point à les parcourir. »

Archimède utilise ici l'adverbe ἰσοταχέως, « d'égale vélocité », composé de ἴσος, que nous avons déjà rencontré (*Phys.*, VI, 237b26) et qui, en lui-même, n'implique pas l'assimilation de la vitesse à une grandeur. Avec précision Archimède définit le mouvement uniforme par la comparaison du mouvement avec lui-même, c'est-à-dire la constance de la vélocité pour les divers segments du mouvement, repérée par l'égalité des temps mis à parcourir des segments égaux. Enfin la proposition est démontrée, et elle l'est par utilisation de la Df. V, 5 des *Eléments* d'Euclide, donc par la prise d'équimultiples quelconques des longueurs et des temps. On a établi de façon générale :

$$d_1 : d_2 :: t_1 : t_2.$$

Dans la Prop. 2 qui fait suite, il est prouvé, avec usage de la même terminologie, que, pour deux mouvements uniformes de deux points sur deux lignes distinctes, les segments pris à volonté sur chacune des lignes et parcourus respectivement dans des temps égaux sont en proportion (« ont le même rapport entre eux »); on a :

$$d_1 : d_2 :: t_1 : t_2$$
$$d_1' : d_2' :: t_1 : t_2$$

et, par Euclide, *Eléments,* V, 11 :

$$d_1 : d_2 :: d_1' : d_2'.$$

Il est digne de remarque que, dans cette situation, le théorème de permutation (*Eléments,* V, 16) pourrait s'appliquer, les quatre grandeurs étant de même genre :

$$d_1 : d_1' :: d_2 : d_2'.$$

Or le rapport $d_1 : d_1'$ est donné puisque les segments sont choisis à volonté et qu'on peut en trouver deux autres « dans le même rapport »; pourtant il n'est dit nulle part que ce rapport constant est le « rapport des vitesses ». Cela se conçoit parfaitement s'il est vrai que le « rapport » des vélocités n'est jamais exprimé directement comme rapport de grandeurs, mais toujours par l'intermédiaire du rapport des distances pour un temps fixé, ou alternativement. Archimède se montre, semble-t-il, plus strict qu'Aristote.

Le Scholie préliminaire à *La Sphère en mouvement* d'Autolycos de Pitane (G. Aujac éd.) définit le mouvement uniforme par l'égalité des longueurs parcourues en des temps égaux, mais, voulant y inclure le mouvement uniforme des points de la sphère, il ajoute à « longueurs égales » de manière assez imprécise : « ou semblables ». Uniforme est ici exprimé par l'adverbe ὁμαλῶς. Il est précisé ensuite que sur une ligne les temps de parcours de deux segments, par un point animé d'un mouvement uniforme, ont le même rapport qu'eux, ce qui est la converse de la Prop. 1 des *Spirales,* mais sans démonstration.

Quant à Héron d'Alexandrie, le texte des *Mécaniques* qui nous est parvenu *via* la version arabe semble souffrir d'une certaine imprécision :

> « Mais les choses qui, en des temps égaux, parcourent des distances égales, ont une égale vélocité et un égal mouvement. » (*Heronis Alexandrini opera quae supersunt omnia,* Lipsiae, in aed. Teubner, II, *Die Mechanik,* éd. & trad. L. Nix & W. Schmidt (1900), I, 7, p. 18, 1.4-6.)

S'agit-il du mouvement uniforme d'un seul mobile, ou de l'égalité entre les vitesses de deux ou plusieurs mobiles?

* * *

Ainsi, d'après l'ensemble de ces textes, on peut se convaincre que les règles qui découlent de la détermination théorique des concepts mathématiques de « rapport » et de « proportionnalité » sont parfaitement observées dans les applications aux sciences subordonnées relevant de la « physique », chaque fois que dans ces sciences on cherche à « mathématiser » certaines relations. Cela implique l'adjonction aux grandeurs géométriques comme la longueur, d'autres grandeurs comme le temps, ou le poids, ce dernier

étant, selon Aristote, ce qui discrimine les grandeurs physiques des géométriques. La vitesse en revanche n'est déterminée que de façon oblique et semble garder quelque chose de sa description qualitative.

Plus précisément, les textes nous ont mis en présence de diverses espèces de mouvements :

— mouvement uniforme traité de façon purement cinématique;
— mouvement dans des milieux différents;
— mouvement dépendant d'un moteur, ou force, distinct du mobile, donc « violent »;
— mouvement de chute des graves (naturel);
— mouvement circulaire uniforme de la sphère céleste (naturel);
— mouvement « mathématique » d'un point sur une ligne.

Les poids de leur côté sont intervenus de trois manières :

— poids d'un corps mû de l'extérieur;
— poids d'un grave en chute naturelle;
— poids en équilibre.

Ces diverses situations relevaient soit de la Physique générale, comme analytique du mouvement, ou de sa partie plus particulièrement « dynamique », soit de l'Astronomie, soit de la Statique, ou encore d'un traitement « cinématique » d'une courbe en Géométrie. En un sens l'instrument mathématique fait ainsi la preuve de son universalité. Partout il s'applique de même et de façon parfaitement réglée. Mais en même temps ses limites apparaissent, puisqu'il ne peut jamais être question que de mettre en « proportion » des couples de grandeurs deux à deux de même genre, ces genres étant limités à quatre (ou cinq) : les longueurs, les volumes, les temps, les poids, et les « forces », encore que ces dernières soient sujettes à des restrictions sur lesquelles nous reviendrons. En ce qui concerne la vitesse, caractéristique essentielle du mouvement, sa mathématisation directe échoue. Aristote et les Anciens ne disposent pas, dans la conception des « rapports » qui est la leur, d'un outil mathématique adéquat pour l'exprimer directement. En revanche ils disposent de moyens indirects de comparer entre elles des vitesses uniformes, en tant qu'elles sont égales, inégales, ou dans un rapport donné. Cet état de choses oblige dans la plupart des cas à étudier la réalité physique sans pouvoir faire entrer simultanément les quatre espèces de grandeurs dans une même relation; il faut user du procédé qui consiste à traiter seulement de deux genres de grandeurs à la

fois, toutes choses égales par ailleurs, c'est-à-dire en supposant fixes les deux autres paramètres.

Il faut d'autre part considérer que le statut des relations mathématiques du point de vue physique n'est pas nécessairement le même pour toutes, du moins du point de vue aristotélicien. Le mouvement uniforme de la sphère céleste est incontestablement, pour sa figure géométrique et pour sa régularité, de l'ordre de la perfection, et par conséquent, parmi les mouvements naturels, celui dont la proportionnalité, telle que définie ci-dessus, doit être la plus rigoureuse. Aussi les observations humaines, nécessairement imparfaites, devront-elles être corrigées pour correspondre exactement à ce mouvement dont la régularité est absolue. Mais celle-ci n'est pas le fait de tous les mouvements naturels. En effet tout ce qui arrive selon la nature se produit soit toujours et nécessairement, soit « le plus souvent », « en règle générale », « dans la plupart des cas » (ὡς ἐπὶ τὸ πολύ, *Phys.*, II, 8, 198b34-36), soit enfin du fait du hasard. Les *Seconds Analytiques* précisent que des deux premiers ordres de faits, il y a science par démonstration, les prémisses étant dans le premier cas nécessaires, et dans le second établies en règle générale (*Anal. Post.*, A, 30, 87b19-27). On peut penser que, par opposition à la perfection des mouvements célestes, le second ordre de faits a son domaine propre dans la région sublunaire. C'est donc sous cette réserve de relative fréquence qu'un mouvement naturel comme celui de la chute des graves peut obéir exactement à une relation mathématique.

Plus épineux encore est le cas d'un mouvement violent, par exemple celui de traction d'un corps ou d'un véhicule, au moyen d'un « moteur » extérieur, force humaine ou animale. Un tel corps est lié à la terre, l'un des quatre éléments, comme à son lieu « propre » où il est naturel qu'il soit « en repos ». Le mouvement qui lui est imprimé pour le déplacer met fin à ce repos « naturel », c'est un mouvement « violent », contre nature, mais qui reste néanmoins sous la dépendance de la Nature qui ne perd pas pour autant sa puissance, et qui peut donc l'entraver, y mettre fin, voire même l'empêcher de commencer. C'est le cas lorsque le moteur est trop faible, lorsque la force appliquée n'est pas « supérieure au repos ». Comme le dit Aristote avant de prendre l'exemple des haleurs, il se peut que rien ne se passe.

Les restrictions apportées dans le texte examiné *supra* à la dernière relation de proportionnalité — on ne peut diviser la force

sans diviser le poids en espérant jouer sur la distance ou le temps — reviennent à dire que l'effet de la force appliquée au corps n'apparaît qu'au-delà d'un certain seuil, ce qui équivaut à dénier à la « force » le statut de « grandeur », s'il est vrai que la conception grecque de la grandeur veut justement qu'elle soit indéfiniment divisible.

Comment donc la théorie aristotélicienne rend-elle compte de cette situation? Pour le savoir, il suffit de lire l'alinéa suivant (250a20-25), qui établit un parallèle avec celle que décrit l'argument de Zénon sur le boisseau de millet. Comment se fait-il, disait l'Eléate, qu'un boisseau de grains de millet fasse du bruit en tombant quand une partie du boisseau n'en fait pas, et encore moins un grain ou une de ses fractions? Comment croire alors que les choses physiques suivent les lois des nombres, les proportions numériques, car si cela était, il devrait y avoir proportion du bruit, c'est-à-dire de l'ébranlement de l'air, au nombre de grains de millet? Mais réplique Aristote, il se peut fort bien qu'une partie seulement du boisseau ne fasse pas de bruit en tombant, c'est-à-dire « ne meuve pas l'air » : prise isolément la partie ne meut pas autant que lorsqu'elle est dans le tout, car elle n'est rien, si ce n'est en puissance dans le tout. On voit qu'on se trouve bien dans la même problématique de la mathématisation du mouvement par la proportionnalité et que la réponse ne fait appel à rien de moins qu'à la célèbre distinction de la « force en puissance » et de la « force en acte ». La partie est en puissance dans le tout : celui-ci représente une force en acte, efficace, et assurément dans le tout la partie y concourt, bien qu'elle n'y soit, en tant que telle, qu'une potentialité. L'accroissement quantitatif produit un changement qualitatif, si l'on peut dire : à un certain seuil, les forces en puissance, conjuguées, produisent une force en acte, capable de vaincre le repos naturel de l'air. De même pour les haleurs : $n$ d'entre eux n'arrivent pas à mouvoir le navire, à vaincre son repos naturel en son lieu propre, mais il se peut que $n + 1$ haleurs ébranlent le navire et le meuvent : la force en puissance des $n$ premiers se conjugue dans le tout avec celle d'un seul autre, également potentielle, et l'ensemble constitue une force en acte.

L'arrière-plan « épistémique » sur le fond duquel s'effectue la mathématisation par la proportionnalité est donc entièrement distinct de celui sur lequel s'édifie la physique moderne : les deux systèmes conceptuels s'excluent l'un l'autre. On notera en parti-

culier que le « repos » ici mentionné n'est pas celui de la relativité galiléenne; c'est un repos « absolu », lié à la théorie aristotélicienne du « lieu propre » des éléments dans l'Univers. Le mobile potentiel fait corps avec son lieu propre. Ce n'est pas la résistance du milieu ou le frottement qui est à vaincre, car ces forces subsistent évidemment quand le mouvement a pu commencer. C'est un bouleversement conceptuel qui aboutira à l'analyse du phénomène en termes d'inertie et d'accélération. Dans un système où l'on ne dispose que de l'idée de continuité des grandeurs physiques et de celle de proportionnalité, il semble bien que les faits d'expérience ne puissent être « sauvés » que par la distinction de la « puissance » et de l' « acte ».

D'autre part, on remarquera que les quatre relations de proportionnalité dégagées du texte de *Phys.*, VII, 249b31-250a7 ne peuvent être combinées entre elles, car elles dépendent chacune d'une sous-hypothèse différente des autres. On pourrait envisager d'obtenir une relation entre la force et la vitesse en caractérisant la vitesse par le temps de parcours D pour une distance fixe C et en raisonnant sur un seul et même poids B : on aurait ainsi une relation entre la force A et le temps D en gardant B et C fixes; mais c'est là justement une des sous-hypothèses possible qui n'est pas prise en considération. Il en est de même pour le cas où l'on évaluerait la vitesse par la distance C pour un temps fixé : il faudrait alors B et D fixes et cette sous-hypothèse n'est pas non plus retenue. Or pour les quatre grandeurs A, B, C, D, les sous-hypothèses possibles rendant fixes deux d'entre elles ne sont qu'au nombre de six : (A, B), (A, C), (A, D), (B, C), (B, D), (C, D). Aristote donne des relations de proportionnalité pour les trois premières et la sixième. Il n'en donne pas pour la quatrième et la cinquième qui correspondraient justement à une relation entre la force (soumise à une restriction de « seuil ») et la vitesse (évaluée médiatement). Ce que certains exégètes ont cru voir dans ce texte : une relation (fausse) entre la force et la vitesse, que l'on pourrait comparer — en négligeant la différence entre masse et poids — avec la relation de la science moderne entre force et accélération, n'y figure strictement pas, et de plus ne peut pas en être dérivé, sauf en oubliant que les relations de proportionnalité fournies par Aristote le sont conditionnellement.

En revanche, *si l'on se donne* préalablement une formule telle que :

$$\frac{f}{p} = \frac{d}{t},$$

qui suppose que $f/p$ et $d/t$ soient mis pour des nombres déterminables au moyen de mesures de $f$, $p$, $d$, $t$, on peut examiner ce qui se passe si l'on fixe successivement $f$ et $t$, $f$ et $d$, $f$ et $p$, $d$ et $t$, et retrouver les relations de proportionnalité d'Aristote; réciproquement ces quatre relations suffisent à déterminer la place des quatre termes $f$, $p$, $d$, $t$, dans la formule, ainsi que dans ses transformées par inversion, symétrie de l'égalité, et permutation des moyens termes. On peut alors en déduire les relations qui manquent chez Aristote, moyennant quoi on peut se croire autorisé à dire qu'Aristote a formulé la loi (fausse) de la proportionnalité de la force à la vitesse. Mais c'est là une lecture rétrospective du texte antique (5).

Il faut ajouter que ce texte ne dit rien sur la forme du mouvement (on peut seulement inférer son uniformité de la proportion entre les distances et les temps), sur la constance (ou non) de l'action de la force pendant la durée du mouvement, sur la forme du chemin parcouru (faut-il le supposer rectiligne?), sur l'inclinaison par rapport à l'horizontale (qu'on peut supposer nulle pour un navire). De plus, comme il a été dit, ce texte ne concerne que le cas d'un mouvement « violent », et non le mouvement naturel de chute des graves : la relation de proportionnalité des poids aux temps serait alors inversée. Il n'y a donc pas de relation « dynamique » unique, et c'est se fourvoyer de plusieurs façons à la fois que de prêter à Aristote l'énoncé d'une loi de la dynamique (fausse bien entendu) (6).

On voit aussi combien peuvent être trompeuses certaines traductions imprudentes acceptées sans recours à l'original et quelles précautions doit prendre l'histoire des sciences pour lire un texte ancien sans y importer rétrospectivement, souvent avec un symbolisme aux possibilités évoluées et une arithmétisation moderne de la notion de grandeur, des concepts très postérieurs qui sont, par automatisme, plaqués sur le texte en cause et fonctionnent comme grille de lecture fallacieuse.

(5) Nous avons développé l'analyse des présupposés épistémologiques de cette lecture dans M. Caveing, Qu'est-ce qu'un artefact en histoire des sciences?, in *Hommage à Jean-Toussaint Desanti* (Mauvezin : Trans-Europ-Repress, 1991), p. 111-142.

(6) Le titre de l'alinéa 5 du Livre VII de *La Physique* dans l'édition Carteron n'est pas de lui, fort heureusement, mais doit être imputé à la publication posthume de son travail, et au réviseur L. Robin.

En montrant l'usage que fait Aristote de la proportionnalité, les textes étudiés permettent d'en préciser la portée : c'est un usage canonique : Aristote connaît l'état le plus récent en son temps de la théorie mathématique; c'est un usage élémentaire, permettant cependant, sur des exemples, d'introduire des fragments de science démonstrative dans une doctrine générale de la Nature. Ceux-ci peuvent entrer dans des dispositifs réfutatifs (ruiner par exemple les doctrines qui nieraient le mouvement) ou programmatiques. De ce point de vue Aristote s'inscrit dans un effort de mathématisation qu'il n'inaugure pas, et qui a déjà donné quelques résultats en Astronomie ou en Harmonique. Son extension à diverses questions de Physique est encouragée par le Stagirite; les branches de la Physique qui pourraient se subordonner aux mathématiques reçoivent de lui un statut. Mais lui-même, en tant que philosophe, peut-il faire autre chose que d'indiquer des pistes? D'autre part, s'il n'est pas hostile à l'introduction de la quantité dans la connaissance de la nature, n'est-ce pas prudence de sa part, au vu des possibilités des mathématiques de son temps, de réserver au raisonnement logique la première place pour analyser l'expérience?

*Directeur de recherche (hon.)* MAURICE CAVEING.
*au CNRS,*
UPR 21
27, rue Damesme
75013 PARIS